

**Рабочий лист по изучению модуля:
«Рациональные уравнения», 7-9 класс**

подготовлен сетевым педагогом, учителем математики
КГАНОУ КЦО г. Хабаровск, Новрузовой Ю.А.

Уважаемые учащиеся! Перед Вами Рабочий лист изучения модуля: «Рациональные уравнения», который будет полезен, как для учащихся 9 класса для подготовки к ОГЭ, так и для ребят 7-8 классов при изучении данных тем с использованием ЦОС «Моя Школа» (<https://myschool.edu.ru/>). Данный модуль включает в себя несколько тем, которые изучаются в разных классах.

Темы, которые включает модуль (для перехода к нужной теме, щёлкни по названию):

1. Целые рациональные уравнения:
 - [линейные уравнения](#)
 - [квадратные уравнения](#)
 - биквадратные уравнения
 - уравнения выше степени 2
2. Дробно-рациональные уравнения

Распределение по классам и УМК

УМК	Класс	Тема
Никольский С.М. и др.	7 класс	Глава III. Линейные уравнения § 9. Линейные уравнения с одним неизвестным
	8 класс	Глава II Квадратные и рациональные уравнения § 4. Квадратные уравнения § 5. Рациональные уравнения (биквадратные уравнения, распадающееся уравнение, уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая — нуль, уравнение – следствие*)
Мерзляк А.Г. и др.	7 класс	§ 1. Линейные уравнения с одной переменной
	8 класс	Глава III. Квадратные уравнения § 19-22. Квадратные уравнения § 23. Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям § 24. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций
Макарычев Ю.Н. и др. (база)	7 класс	Глава I. Выражения, тождества, уравнения Уравнения с одной переменной
	8 класс	Глава II. Квадратные уравнения Квадратное уравнение и его корни

		Дробно рациональные уравнения
	9 класс	Глава III. Уравнения и неравенства с одной переменной Уравнения с одной переменной (биквадратные уравнения, 3-ей и 4-ой степени, дробно рациональные уравнения)

Каждый Рабочий лист – это инструкции и рекомендации по изучению представленной темы, входящей в данный модуль, с возможностью использования Цифровых образовательных ресурсов ГИС «Моя Школа» (<https://myschool.edu.ru/>) и возможностью делать записи в Рабочем листе.

В ЦОС «МОЯ школа» мы будем работать с уроками поставщиками контента которых является:

- [РЭШ](#)

Уроки состоят из следующий этапов:

- *Основная часть*- видеоролик с разбором теоретического материала. После его просмотра рекомендуем ответить на вопросы, указанные в Рабочем листе;
- *Тренировочные задания*. Задания разного типа и формы с возможностью проверки и просмотра правильного ответа;
- *Контрольные задания*. !Можно выполнить только, если зарегистрирован в РЭШ.

- [Академия Минпросвещения России](#)

в основном даёт задания на закрепление изученного (конспект очень сжатый, без четких объяснений, предполагается, что это делает сам учитель)

НАЧНЕМ ИЗУЧЕНИЕ МОДУЛЯ

Что же такое рациональные уравнения?

Рациональное уравнение

это такой вид уравнения, в которой левая и правая части рациональные выражения. В записи уравнения имеются только сложение, вычитание, умножение, деление, а также возведение в целую степень. (нет корня из переменной или из выражения, содержащего переменную)

Любое рациональное уравнение сводится к алгебраическому.

Является ли рациональным уравнение:

а) $1 - 3x = 0$;

в) $3x^2 = 7$;

д) $\frac{x^5 - 6}{2} = 1 - \frac{x^3}{4}$;

ж) $\sqrt{x} = 2$;

и) $\sqrt{7x + 8} = \sqrt{12\frac{1}{3}}$;

–

б) $\frac{1}{2}x - (5 - x) \cdot 0,2 = 4x - \frac{1}{4}$;

г) $12 - \frac{x^2}{3} = (1 - x)x$;

е) $\frac{3}{x} + 5 = 3 - \frac{7}{x + 13}$;

з) $\sqrt{x - 8} = 24$;

к) $\frac{x}{\sqrt{3}} - 2x^2 = 14$?

Ответ: все, кроме ж) и з)

Посмотрите на предложенную схему видов рациональных уравнений:



Чтобы приступить к повторению способов решений каждого вида уравнений, вспомним, что такое уравнение и какие преобразования вам известны. Данный материал будет полезен и 7-ым классам, которые только начинают изучать уравнения.

Уравнения

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	
Урок 35 Равносильные преобразования уравнений и уравнения-следствия	7	РЭШ	https://resh.edu.ru/subject/lesson/1332/	Видеоролик (понятие уравнения, корня, что значит решить уравнение, область определения, равносильны уравнения, уравнения-следствия)	-	-	Нет в Моей школе, только через РЭШ

После просмотра видео запишите:

Что такое уравнение с одной переменной-_____

Корнем (решением) уравнения называется _____

Решить уравнение – это _____

ПОМНИ!

Основные равносильные преобразования:

- 1) Перенос членов уравнения из одной части уравнения в другую с противоположными знаками.
- 2) Умножение и деление обеих частей уравнения на одно и то же, отличное от нуля, число или выражение.

Неравносильные преобразования уравнения являются:

- 1) Освобождение от знаменателей, содержащих переменные;
- 2) Возведение обеих частей в квадрат.

! Если применялось неравносильное преобразование, то все найденные решения необходимо проверить, подставив в исходное уравнение, т.к. среди них могут оказаться посторонние решения.

Подведем итог:

Равносильные уравнения на некотором множестве (на ОДЗ)

каждое решение первого уравнения являются решением второго и, наоборот (т.е. уравнение, имеющие те же корни и только их)

Равносильны ли уравнения:

- а) $x + 2 = 3$ и $x + 5 = 6$; б) $12x = 7$ и $1,2x = 0,7$;
 в) $2x = 4$ и $24x - 7 = 41$; г) $x - 1 = 3$ и $\frac{x^2 - x}{5} = \frac{3x}{5}$;
 д) $\frac{x^2 + x}{x - 1} = 0$ и $\frac{x + 1}{x - 1} = 0$; е) $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = 0$ и $x + 1 = 0$;
 ж) $3x - 1 + 5x = x - 12$ и $7x = -11$;

Ответ: все, кроме д) и г)

Уравнения-следствия

Если каждый корень первого уравнения является корнем второго уравнения, то второе уравнение называют следствием первого. !При использовании уравнений-следствий возможно появление

Дано уравнение: $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} = 0$

освобождая уравнение от знаменателя получим уравнение-следствие:

$$x^2 + x - 6 = 0.$$

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	
Урок 36 Решение простейших уравнений	7	РЭШ	https://resh.edu.ru/subject/lesson/13/33/	Видеоролик. Тождественные преобразования уравнений	-	-	Нет в Моей школе, только через РЭШ

Линейные уравнения

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	

Урок 42. Уравнения первой степени с одним неизвестным. Линейные уравнения с одним неизвестным	7	РЭШ	https://lib.myschool.edu.ru/content/6350	Дан теоретический материал (видеоролик) с объяснением, что такое линейное уравнение, как привести уравнение к виду $ax+b=0$, как проверить является ли число корнем уравнения	14 заданий разного типа. Помимо примеров на решение линейных уравнений, преобразование уравнений содержит <i>кроссворд</i> по данной теме		Без регистрации на РЭШ контрольные задания нет возможности выполнить
---	---	---------------------	---	--	---	--	--

После просмотра видеоматериала урока №42 ответьте на вопросы:

Что такое линейное уравнение _____

Как определить является ли уравнение линейным _____

Как привести уравнение к стандартному виду _____

Потренируйтесь решать линейные уравнения:

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Освоение нового материала	Применение изученного материала	Подведение итогов, д/з	
Простейшие линейные уравнения	7	Академия Минпросвещения России	https://lib.myschool.edu.ru/content/13017	с/р с возможностью проверки результата. Примеры на простейшие линейные уравнения	Примеры на простейшие линейные уравнения, результат с правильным ответом виден после прохождения всех примеров	5 заданий на простейшие линейные уравнения, после решения всех виден ответ и результат	Нет видеороликов, теория в очень сжатом виде
Обобщение и контроль по теме: «Линейные уравнения»	7	Академия Минпросвещения России	https://lesson.edu.ru/lesson/2862fba8-a790-49f3-	Задания на преобразование выражений (раскрытие скобок,	2 примера на решение уравнений с использованием преобразований	2 задания на составление уравнений с возможностью	Только задания

			a800-b135a5fe678f	приведение подобных слагаемых)	выражений. Ответ есть, но хода решений нет	ю просмотра решения	
Линейные уравнения с дробями	7	Академия Минпросвещения России	https://lesson.edu.ru/lesson/92d06350-8252-4c74-8ff7-2d1bcf68cdc7	Примеры на решения уравнений вида: $\frac{x+1}{2} - \frac{4-2x}{3} = -2.$			

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	
Урок 42. Уравнения первой степени с одним неизвестным. Линейные уравнения с одним неизвестным	7	РЭШ	https://lib.myschool.edu.ru/content/6350	Дан теоретический материал (видеоролик) с объяснением, что такое линейное уравнение, как привести уравнение к виду $ax+b=0$, как проверить является ли число корнем уравнения	14 заданий разного типа. Помимо примеров на решение линейных уравнений, преобразование уравнений содержит <i>кроссворд</i> по данной теме		Без регистрации на РЭШ контрольные задания нет возможности выполнить

Подведем итог:

Алгоритм решения линейных уравнений

1. Раскрой скобки (если требуется)
2. Приведи подобные.
3. Одночлены, содержащие переменную, перенеси в левую, часть, остальное в правую (не забудь! Поменять знак, если переносишь из одной части в другую), приведи подобные (если есть) в каждой части.
4. Раздели обе части уравнения на коэффициент при переменной.

Квадратные уравнения

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	
Урок 27. Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения	8	РЭШ	https://lib.myschool.edu.ru/content/1274	есть видео по разбору видов кв. уравнений, приведенное кв. уравнение, неполные кв. уравнения, рассматривается решение неполных кв. уравнений			Без регистрации на РЭШ контрольные задания нет возможности выполнить
Урок 28. Решение квадратных уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$. Формула корней квадратного уравнения	8	РЭШ	https://lib.myschool.edu.ru/content/2433				Без регистрации на РЭШ контрольные задания нет возможности выполнить
Урок 30. Решение приведённых квадратных уравнений. Теорема Виета	8	РЭШ	https://resh.edu.ru/subject/lesson/1552/start/	Видео разбор теоремы Виета и обратной теоремы	8 заданий		Нет в библиотеке Моей школы

После просмотра видеоматериала урока №27 ответьте на вопросы:

Что такое квадратное уравнение _____

Как определить какого вида квадратное уравнение задано _____

Запишите алгоритмы решений неполных квадратных уравнений _____

Потренируйтесь решать квадратные уравнения:

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Освоение нового материала	Применение изученного материала	Подведение итогов, д/з	
Урок. Понятие квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения	8	Академия Минпросвещения России	https://lib.myschool.edu.ru/content/12716				Нет видеороликов, теория в очень сжатом виде

Название урока	Класс	Поставщик контента	Ссылка на урок	Этап урока			Примечание
				Основная часть (какие понятия включены в урок)	Тренировочные задания	Контрольные задания	
Урок 34. Контрольно-обобщающий урок по теме «Квадратные уравнения»	8	РЭШ	https://lib.myschool.edu.ru/content/1279	есть интерактивный материал по разбору различных видов квадратных уравнений и способов их решения с примерами (неполные, полные, приведённые, дробные)	8 заданий на решение разных видов уравнений, составление и решение уравнений по условию задачи		Без регистрации на РЭШ контрольные задания нет возможности выполнить

Подведём итоги:

Запиши алгоритмы решения полного квадратного уравнения:

Биквадратные уравнения

Биквадратные уравнения

Биквадратное уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, где $a \neq 0$, b и c - заданные числа,

$$x^4 + 10x^2 + 25 = 0.$$

Решение биквадратных уравнений

1. Сделать замену переменной: $x^2 = t$
2. Получится уравнение:

$$at^2 + bt + c = 0$$

3. Найти корни квадратного уравнения относительно t (из п.2)

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^4 + 10x^2 + 25 = 0.$$

4. Сделать обратную подстановку (вернуться к переменной x):

$$\begin{cases} x^2 = t_1 \\ x^2 = t_2 \end{cases}$$

5. Если $t < 0$, то нет корней

$t > 0$, то $x = \pm \sqrt{t_k}$

$t = 0$, то $[=0$

Таким образом, биквадратное уравнение может иметь от 0 до 4 корней

$$x^4 - 6x^2 + 5 = 0,$$

Замена:

$x^2 = t$, $x^4 = t^2$, получаем квадратное уравнение:

$$t^2 - 6t + 5 = 0,$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 5}}{2}$$

$$t_1 = \frac{6+4}{2} = 5$$

$$t_2 = \frac{6-4}{2} = 1.$$

Возвращаемся к замене:

$$x^2 = 5, \quad x_1 = \sqrt{5}, \quad x_2 = -\sqrt{5},$$

$$x_2 = 1, \quad x_3 = 1, \quad x_4 = -1.$$

Ответ: $-1, \sqrt{5}, -\sqrt{5}, 1, -1.$

Распадающиеся уравнения

Распадающиеся уравнение вида $P(x) \cdot Q(x) = 0$, где $P(x)$, $Q(x)$ -рациональные выражения с переменной x

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0.$$

Решение распадающихся уравнений

1. Решить каждое из уравнений:
 $P(x)=0$ $Q(x)=0$
2. Объединить найденный корни

$$P(x) \cdot Q(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P(x) = 0, \\ Q(x) = 0. \end{cases}$$

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 + x - 2) = 0.$$

$x^2 - 5x + 6 = 0$ $D = b^2 - 4ac$ $D = 25 - 24 > 0$ <i>по теореме обратной теореме</i> <i>Виета имеем:</i> $x_1 = 3;$ $x_2 = 2.$	$x^2 + x - 2 = 0$ $D = b^2 - 4ac$ $D = 1 + 8 > 0$ <i>по теореме обратной теореме</i> <i>Виета имеем:</i> $x_1 = 1;$ $x_2 = -2.$ Ответ: -2, 1, 2, 3.
--	--

Следующий этап: Решение уравнений третьей и четвертой степени с помощью разложения на множители и введения вспомогательных переменных. Решение дробно рациональных уравнений, сводя их к целым уравнениям с последующей проверкой корней.